



MUNICÍPIO DA ESTÂNCIA BALNEÁRIA DE PRAIA GRANDE

Estado de São Paulo
SEDUC - Secretaria de Educação

Semanas 11 e 12- 2º SEMESTRE 2021

PONTE DO SABER



Disciplina: Matemática

2ª série – Ensino Médio EJA

Uma solução genial

Como um garoto de 10 anos resolveu uma enorme operação matemática.

Um dos episódios mais interessantes da história da matemática teve como protagonista um menino, em 1787, na Alemanha. Esse garoto era Carl-Friedrich Gauss (1777-1855), que viria a se tornar um dos mais importantes matemáticos de todos os tempos. O exemplo famoso de sua inteligência ocorreu em uma aula de aritmética. Gauss e seus colegas haviam sido encarregados de efetuar a soma de todos os números inteiros de 1 a 100, isto é, $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$.



O professor, esperando que os alunos ficassem entretidos com a operação, ficou impressionado com a rapidez da resposta correta (5050) apresentada pelo menino. Anos depois, Gauss confessou que percebera um padrão relacionado aos elementos dessa sequência de números a serem somados. Ele notou que a soma do primeiro número com o último ($1+100$) era igual à do segundo com o penúltimo ($2+99$), assim como a do terceiro com o antepenúltimo ($3+98$), e assim sucessivamente:

$$\underline{1 + 100} = \underline{2 + 99} = \underline{3 + 98} = \dots = \underline{50 + 51} = \underline{101}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 96 + 97 + 98 + 99 + 100$$

$$5 + 96 = 101$$

$$4 + 97 = 101$$

$$3 + 98 = 101$$

$$2 + 99 = 101$$

$$1 + 100 = 101$$

Com isso, ele concluiu que a soma de todos os inteiros de 1 a 100, que chamaremos de S, é igual a 50 vezes a soma 1+100.

$$S = 50 \times (1+100) = 50 \times 101 = 5050$$

Gauss simplesmente havia descoberto, aos 10 anos de idade, como calcular a soma de 1 a 100, ou seja, uma progressão aritmética de 100 termos, sendo 1 o inicial e 100 o final. Esse cálculo é realizado genericamente com a fórmula:

Onde: S_n = soma dos termos

$$S_n = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$$

2

n = número de termos

a_1 = primeiro termo

a_n = último termo

$$\text{Ou seja, } S_n = \frac{100 \times (1 + 100)}{2} = \frac{100 \times 101}{2} = \frac{10100}{2} = 5050$$

1. Se uma pessoa guardou um real ontem, dois reais hoje, guardar 3 reais amanhã e assim sucessivamente, quanto ela terá em 10 dias?



2. Uma sequência numérica começa com o número 1 e aumenta de 2 em 2 até chegar ao décimo primeiro número que é o 21.

a. Monte esta sequência:

(1, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __)

Determine o valor de:

b. a_1 : _____

c. a_{11} : _____

d. n = _____

e. Reescreva a fórmula com os valores dados na atividade:

$$S_n = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$$

2

f. Qual a soma dos termos desta sequência?